Programme de khôlle MPSI n°6 - du 04/11/24 au 08/11/24

1. Structures algébriques
   - Loi interne : associativité élément neutre / élément symétrique / commutativité
   - Définition de groupe
   - Définition de sous-groupe d'un groupe $(G, \star)$ et caractérisation (Proposition 5)
   - Morphismes de groupes : définition, image directe et image réciproque d'un sous-groupe, Ker, Im, f injectif $\Longleftrightarrow \mathrm{Ker}(f) = \{e\}$
   - Anneaux, morphismes d'anneaux
   - Corps
2. Fonctions usuelles et généralités
   - Graphe d'une fonction, résolutions graphique d'équations/inéquations, tableau de variations
   - Fonctions paires, impaires, périodiques
   - Fonctions monotones, strictement monotones
   - Fonctions majorées, minorées, bornées
   - Fonctions usuelles : exp, ln, fonctions puissances, exponentielle de base a, logarithme de base a
   - Croissances comparées
   - Fonctions réciproques des fonctions trigonométriques
   - Fonctions hyperboliques
3. Dérivation
   - Nombre dérivé (**pas de limites trop techniques pour l'instant**)
   - Équation de la tangente
   - Dérivée de somme, produit, quotient, inverse, produit par une constante
   - Dérivée d'une composition
   - Dérivée de la bijection réciproque
   - Dérivées des fonctions usuelles
   - Dérivation et monotonie
   - Étude d'une fonction
   - Dérivées successives (**on n'a pas fait la formule de Leibniz pour l'instant**)

Questions de cours (démonstrations à connaître)

- **Structures algébriques**

  1. On note S_X l'ensemble des permutations d'un ensemble X. Montrer que $(S_X, \circ)$ est un groupe. Montrer que si X possède au moins 3 éléments, alors ce groupe n'est pas commutatif.

- **Fonctions usuelles et généralités**

  1. Soit $A \subset \mathbb{R}$ symétrique par rapport à l'origine, et soit $f : A \to \mathbb{R}$. Montrer que f peut s'écrire comme somme d'une fonction paire et une fonction impaire.
  2. Montrer que $\forall x \in \mathbb{R},\ e^x \geq 1 + x$

- **Dérivation**

  1. Formule et démonstration pour la dérivée de arcsin
  2. Formule et démonstration pour la dérivée de arccos
  3. Formule et démonstration pour la dérivée de arctan