Programme de khôlle MPSI n°5 - du 14/10/24 au 18/10/24

1. Nombres complexes
   - Forme algébrique : somme, produit, module, conjugué
   - Propriétés du module et de la conjugaison
   - Inégalités satisfaites par le module : $\max(|\mathrm{Re}(z)|, |\mathrm{Im}(z)| \leq |z| \leq |\mathrm{Re}(z)| + |\mathrm{Im}(z)|$ et inégalité triangulaire
   - Racines carrées complexes (sous forme algébrique seulement)
   - Résolutions d'équations de second degré à coefficients complexes
   - Cercle unitaire, écriture trigonométrique et polaire
   - Formules d'Euler
   - Propriétés de $e^{i\theta}$
   - Formule de De Moivre
   - Linéarisation
   - Angle moitié
   - Formules de factorisation des cos et sin.
   - Racines n-èmes de l'unité, racines n-èmes d'un nombre complexe
   - **L'interprétation géométrique des nombres complexes n'est pas encore au programme**

Questions de cours (démonstrations à connaître)

- **Nombres Complexes**
  1. Démontrer que $\boxed{\max\big(|\mathrm{Re}z|, |\mathrm{Im}z|\big) \leq |z| \leq |\mathrm{Re}z| + |\mathrm{Im}z|}$
  2. Énoncer et démontrer l'inégalité triangulaire (sans traiter le cas d'égalité).
  3. Énoncer, démontrer et interpréter géométriquement l'identité du parallélogramme. (exercice 1)
  4. Montrer les formules pour $\cos(2\alpha)$ et $\sin(2\alpha)$ grâce à la formule de De Moivre.
  5. Linéariser $\cos^2(\theta)$ et $\sin^2(\theta)$.