Programme de khôlle MPSI n°4 - du 07/10/24 au 11/10/24

1. Trigonométrie
   - cercle trigonométrique, définition de sinus et cosinus
   - symétries des fonctions sinus et cosinus
   - formules d'addition pour sinus et cosinus (à connaître !)
   - formules de duplication, de différence, de développement
   - résolution d'équations et inéquations trigonométriques
   - propriétés des fonctions sinus et cosinus (continuité, dérivabilité, parité/imparité, périodicité, bornes, valeurs remarquables)
   - propriétés de la fonction tangente (continuité, dérivabilité, parité/imparité, périodicité, limites, valeurs remarquables)
   - formules de $\cos(\alpha)$, $\sin(\alpha)$ et $\tan(\alpha)$ en fonction de $\tan(\alpha/2)$
   - Formules d'addition et soustraction pour la tangente
2. Relations d'ordre et relations d'équivalence
   - Définition : relation d'ordre (total ou pas)
     Exemples : $(\mathbb{R}, \leq)$, $(\mathbb{N}, |)$, $(\mathscr{P}(\Omega), \subset)$.
   - Définition : relation d'équivalence
     Exemples : égalité, parallélisme, congruence modulo un entier, congruence modulo un réel
   - Classes d'équivalence
3. Nombres complexes
   - Forme algébrique : somme, produit, module, conjugué
   - Propriétés du module et de la conjugaison
   - Inégalités satisfaites par le module : $\max(|\mathrm{Re}(z)|, |\mathrm{Im}(z)| \leq |z| \leq |\mathrm{Re}(z)| + |\mathrm{Im}(z)|$ et inégalité triangulaire
   - Racines carrées complexes (sous forme algébrique seulement)
   - Résolution d'équations de second degré à coefficients complexes

Questions de cours (démonstrations à connaître)

- **Relations**
  1. Montrer que "|" ("divise") est une relation d'ordre sur $\mathbb{N}$ (ce n'est pas un ordre total).
  2. Savoir démontrer que une relation de congruence modulo un entier sur $\mathbb{Z}$ est une relation d'équivalence.
  3. Savoir démontrer que une relation de congruence modulo un réel sur $\mathbb{R}$ est une relation d'équivalence.
- **Nombres Complexes**
  1. Démontrer que $\boxed{\max\big(|\mathrm{Re}z|, |\mathrm{Im}z|\big) \leq |z| \leq |\mathrm{Re}z| + |\mathrm{Im}z|}$
  2. Énoncer et démontrer l'inégalité triangulaire (sans traiter le cas d'égalité).
  3. Énoncer, démontrer et interpréter géométriquement l'identité du parallélogramme. (exercice 1 du cours).