Programme de khôlle MPSI n°2 - du 23/09/24 au 27/09/24

1. Calcul algébrique

   - Calculs avec $\sum$
     - somme des termes d'une suite arithmétique
     - somme des termes d'une suite géométrique
     - changements d'indices
     - sommes télescopiques...
     - **pas de sommes doubles!**
   - Calculs avec $\prod$
     - factorielle
     - passage du produit à une somme avec du logarithme
     - changements d'indices
     - produit télescopique...
   - $\begin{pmatrix} n \\ k \end{pmatrix}$: formules, interprétation.
   - Formule de Pascal
   - Symétrie du triangle de Pascal
   - Formule de Pascal généralisée (démonstration donnée comme exercice)
   - Formule du binôme de Newton.

2. Applications

   - notion de fonction (ensemble de définition, image, antécedent, image directe d'un ensemble, restriction, fonction identité, fonction caractéristique, composition, opérations entre fonctions)
   - application injectives, surjectives, bijectives, fonction réciproque
   - applications d'un ensemble fini E dans un ensemble fini F (injective $\Rightarrow$ Card$F \geq$ Card$E$, etc...), nombre d'applications (quelconques) possibles de E dans F. (**pas de dénombrement des fonctions injectives/surjectives/bijectives**)

Questions de cours (démonstrations à connaître)

- **Calcul algébrique** (soit $n \in \mathbb{N}^*$)

  1. Formules et démonstrations pour $\sum_{k=0}^{n} x^k$ (faire la disjonction de cas : $x = 1$, $x \neq 1$).
  2. Énoncer et démontrer la formule de Pascal.

- **Applications**

  Soient E, F et G trois ensembles et soient $f : E \to F$ et $g : F \to G$ deux applications.

  1. f et g injectives $\Rightarrow g \circ f$ injective.
  2. $g \circ f$ injective $\Rightarrow f$ injective.
  3. f et g surjectives $\Rightarrow g \circ f$ surjective.
  4. $g \circ f$ surjective $\Rightarrow g$ surjective.