Programme de khôlle MPSI n°24 - du 14/04/25 au 18/04/25

1. **Déterminants**
   - Permutations : définition de S_n, structure de groupe (non commutatif si $n \geq 3$).
   - Transpositions, p-cycles
   - Toute permutation peut s'écrire comme composition de cycles à supports disjoints (sans démonstration)
   - Toute permutation peut s'écrire comme composition de transpositions
   - Signature d'une permutation
   - Formes n-linéaires alternées (généralités et exemples)
   - Déterminant d'une famille de vecteurs dans une base e de l'ev E.
   - Déterminant d'un endomorphisme
   - Déterminant d'une matrice carrée (formules pour les matrices 2×2 et 3×3, opérations sur les lignes/colonnes, formules de développement de Laplace)
   - Déterminant d'une matrice de Vandermonde
   - Déterminant d'une matrice tridiagonale
   - Lien entre déterminant et aire ou volume
   - Comatrice, calcul de l'inverse d'une matrice avec la comatrice
   - Méthode de Cramer pour la résolution d'un système
2. **Intégration**
   - Réviser les méthodes vues au premier semestre : primitives, fonctions définies par une intégrale, IPP, changement de variable, décomposition en éléments simples...
   - Continuité uniforme (définition, exemples, contre-exemples, enoncé du théorème de Heine)
   - Subdivision d'un intervalle (subdivision régulière, pas, subdivision plus fine...)
   - Fonctions en escalier (définition, exemples, calcul d'intégrale, propriétés de l'intégrale)
   - Fonctions continues par morceaux (définition, exemples, intégrales et propriétés)
   - Approximation uniforme
   - Calcul de la limite d'une somme avec les sommes de Riemann (→ exercices d'application)

Questions de cours (démonstrations à connaître)

- **Déterminants**

  1. Deux cycles à supports disjoints commutent.
  2. Si F est une forme linéaire alternée sur E, alors F est antisymétrique.
  3. Soit E un ev de dim finie et soit e une base de E.
     Soit $(v_1,\dots,v_n)$ une famille de vecteurs de E.
     Montrer que : $(v_1,\dots,v_n)$ est une base $\Longleftrightarrow \det_e(v_1,\dots,v_n) \neq 0$.

- **Intégration**

  1. Si f est une fonction lipschitzienne sur I, alors f est uniformément continue sur I.
  2. Soient f et g deux fonctions continues par morceaux sur $[a,b]$.
     Montrer que $\int_{[a,b]}(f+g) = \int_{[a,b]} f + \int_{[a,b]} g$