

Programme de khôlle MPSI n°22 - du 31/03/25 au 04/04/25**1. Applications linéaires**

- Tout (nécessaire pour pouvoir traiter les exercices du chapitre suivant).

2. Matrices d'applications linéaires

- Matrice d'une application linéaire dans des bases données.
- Si $u \in \mathcal{L}(E, F)$ calcul de $u(x)$ à l'aide de la matrice de u .
- Lien entre opérations matricielles et opérations entre applications linéaires
- Noyau/image/rang d'une matrice
- Matrices et systèmes linéaires
- Matrice de passage d'une base à une autre
- Formules pour le changement de base
- Matrices équivalentes
- Deux matrices (de même taille) sont équivalentes si, et seulement si, elles ont le même rang
- Matrices semblables
- Trace d'une matrice, propriétés
- Si deux matrices sont semblables, alors elles ont la même trace

Questions de cours (démonstrations à connaître)

- **Applications linéaires** Soit E un espace vectoriel.
 1. Soit $E = F \oplus G$ et soit p la projection sur F parallèlement à G . Alors
 - (i) $p \circ p = p$
 - (ii) $\text{Ker}(p) = G$ et $\text{Im} p = F$.
 2. Soit $E = F \oplus G$. Si s est la symétrie par rapport à F parallèlement à G alors $s \circ s = \text{Id}_E$.
- **Matrices d'applications linéaires**
 1. Soient $A, B \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$. Montrer que $\boxed{\text{Tr}(AB) = \text{Tr}(BA)}$.
 2. Soit E un espace vectoriel de dimension finie. Soit $p \in \mathcal{L}(E)$ un projecteur. Montrer que $\boxed{\text{Tr}(p) = \text{rg}(p)}$.