EXERCICE 36

1. On a : $\cos(\alpha) \geqslant 0 \quad \Leftrightarrow \quad \exists k \in \mathbb{Z}, \alpha \in \left[-\frac{\pi}{2} + 2k\pi; \frac{\pi}{2} + 2k\pi\right]$.

   Dans notre cas on va donc résoudre les inéquations :

$$\begin{aligned} 2k\pi - \frac{\pi}{2} \leqslant 3x - \frac{\pi}{2} \leqslant 2k\pi + \frac{\pi}{2} \quad &\Leftrightarrow \quad 2k\pi \leqslant 3x \leqslant \pi + 2k\pi \\ &\Leftrightarrow \quad \frac{2}{3}k\pi \leqslant x \leqslant \frac{\pi}{3} + \frac{2}{3}k\pi. \end{aligned}$$

   On en déduit que l'ensemble des solutions est :

$$\boxed{S = \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left[\frac{2}{3}k\pi; \frac{\pi}{3} + \frac{2}{3}k\pi\right].}$$

2. On pose $X = \cos(x)$ et on obtient l'inéquation $2X^2 - 3X + 1 < 0$. Le discriminant est 1 et les racines du trinôme sont $\frac{1}{2}$ et 1. On en déduit que les solutions de l'inéquations sont $\frac{1}{2} < X < 1$.

   Mais alors on cherche $\frac{1}{2} < \cos(x) < 1$.

   À l'aide d'un graphique on obtient : $\exists k \in \mathbb{Z}$, $\boxed{x \in \left]-\frac{\pi}{3} + 2k\pi, \frac{\pi}{3} + 2k\pi\right[\setminus \{2k\pi\}.}$