EXERCICE 26

$$\begin{cases} 2x - 3y = 8 \\ -6x + 9y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 3y = 8 \\ 0 = 30 \end{cases} \quad (L_2 \leftarrow L_2 + 3L_1)$$

Système incompatible donc $S = \emptyset$.

$$\begin{cases} x + 2y - 3z = 1 \\ 2x + 5y - 8z = 4 \\ 3x + 8y - 13z = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y - 3z = 1 \\ y - 2z = 2 \\ 2y - 4z = 4 \end{cases} \begin{pmatrix} L_2 \leftarrow L_2 - 2L_1 \\ L_3 \leftarrow L_3 - 3L_1 \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y - 3z = 1 \\ y - 2z = 2 \\ 0 = 0 \end{cases} \quad (L_3 \leftarrow L_3 - 2L_2)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 - 2(2+2\alpha) + 3\alpha = -3 - \alpha \\ y = 2 + 2\alpha \\ z = \alpha \end{cases}$$

Donc $\boxed{S = \{(-3-\alpha, 2+2\alpha, \alpha); \alpha \in \mathbb{R}\}}$

EXERCICE 27

Cela revient à résoudre le système

$$\begin{cases} x + 2y = 4 \\ 2x - y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y = 4 \\ -5y = -5 \end{cases} \quad (L_2 \leftarrow L_2 - 2L_1)$$

On obtient que l'unique point d'intersection des droites D_1 et D_2 est $P(2;1)$

EXERCICE 28

$$\begin{cases} x - y + 3z = 2 \\ -x + 4y + z = -1 \\ 3x - 2y - 3z = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - y + 3z = 2 \\ 3y + 4z = 1 \\ y - 12z = -2 \end{cases} \begin{pmatrix} L_2 \leftarrow L_2 + L_1 \\ L_3 \leftarrow L_3 - 3L_1 \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - y + 3z = 2 \\ 3y + 4z = 1 \\ -40z = -7 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{63}{40} \\ y = \frac{1}{10} \\ z = \frac{7}{40} \end{cases}$$

Donc $\boxed{S = \left\{\left(\frac{63}{40}, \frac{1}{10}, \frac{7}{40}\right)\right\}}$

$$\begin{cases} x - 2y + 3z = 0 \\ 2x - 4y + z = 0 \\ 3x - 6y + 2z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y + 3z = 0 \\ -5z = 0 \\ -7z = 0 \end{cases} \quad \begin{pmatrix} L_2 \leftarrow L_2 - 2L_1 \\ L_3 \leftarrow L_3 - 3L_1 \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y + 3z = 0 \\ z = 0 \\ z = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2\alpha \\ y = \alpha \\ z = 0 \end{cases}$$

Donc $\boxed{S = \left\{(2\alpha, \alpha, 0)\,;\, \alpha \in \mathbb{R}\right\}}$