

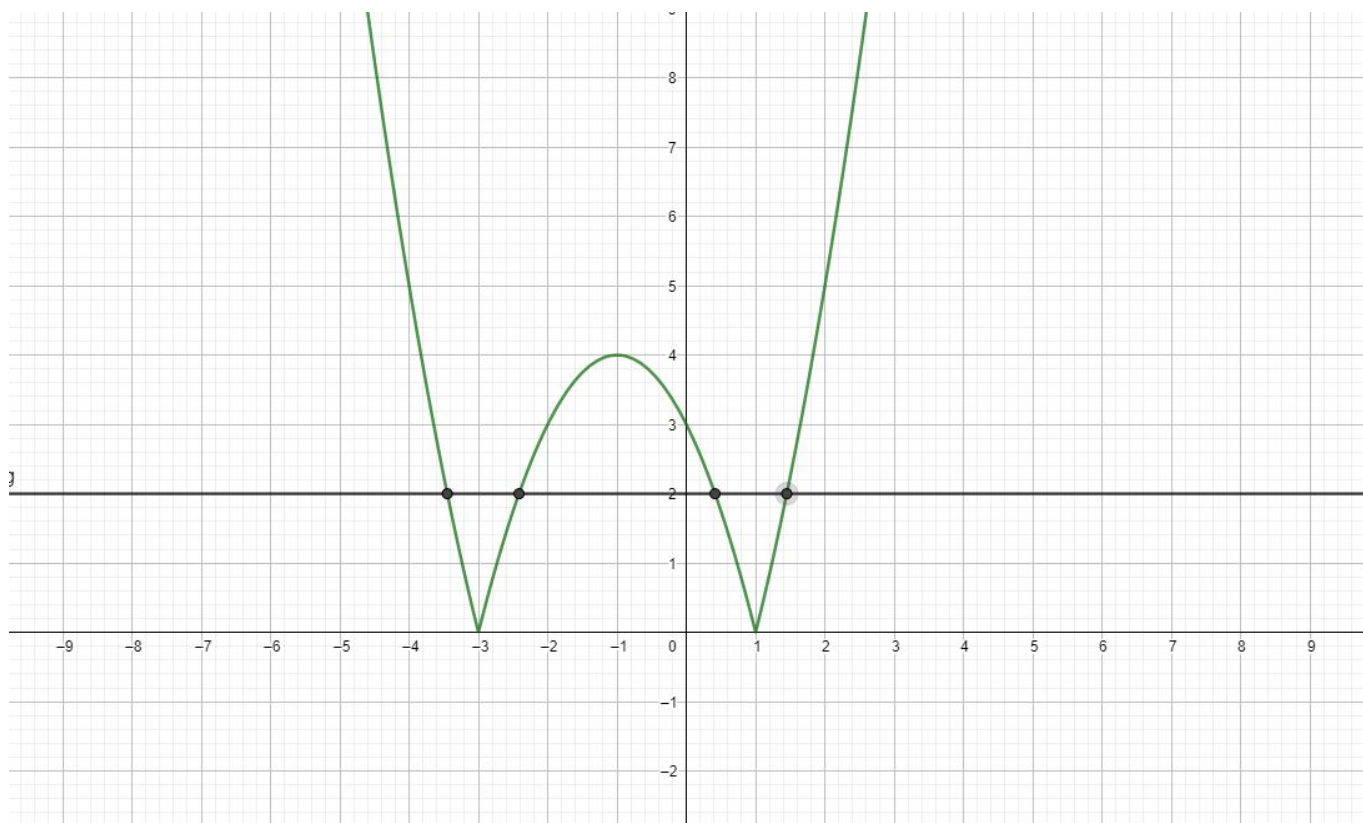
EXERCICE 50

1. On étudie le signe de $-x^2 - 2x + 3$. Le discriminant est $\Delta = 4 + 12 = 16$. Les racines sont : -3 et 1 .

On en déduit que $-x^2 - 2x + 3 \geq 0 \Leftrightarrow x \in [-3, 1]$.

On a donc

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 - 2x + 3 & \text{si } x \in [-3, 1] \\ x^2 + 2x - 3 & \text{sinon} \end{cases}$$



2.

3. (a) Voir graphique.

(b) Si $x \in [-3, 1]$ on a :

$$\begin{aligned} f(x) = 2 &\Leftrightarrow -x^2 - 2x + 3 = 2 \\ &\Leftrightarrow -x^2 - 2x + 1 = 0 \\ &\Leftrightarrow x \in \{-1 + \sqrt{2}, -1 - \sqrt{2}\} \end{aligned}$$

(on vérifie que les deux solutions trouvées appartiennent bien à l'intervalle $[-3, 1]$).

Si $x \in \mathbb{R} \setminus [-3, 1]$:

$$\begin{aligned} f(x) = 2 &\Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 2 \\ &\Leftrightarrow x^2 + 2x - 5 = 0 \\ &\Leftrightarrow x \in \{-1 - \sqrt{6}, -1 + \sqrt{6}\} \end{aligned}$$

(on vérifie que les deux solutions trouvées appartiennent bien à $\mathbb{R} \setminus [-3, 1]$).

Conclusion : l'équation $f(x) = 2$ possède 4 solutions : $-1 - \sqrt{2}$, $-1 + \sqrt{2}$, $-1 - \sqrt{6}$ et $-1 + \sqrt{6}$

EXERCICE 52

1. Pour $x \geq 0$ $3|x| - 7 = 3x - 7$ pour que la racine carrée soit définie il faut $3x - 7 \geq 0$ donc $x \geq \frac{7}{3}$.

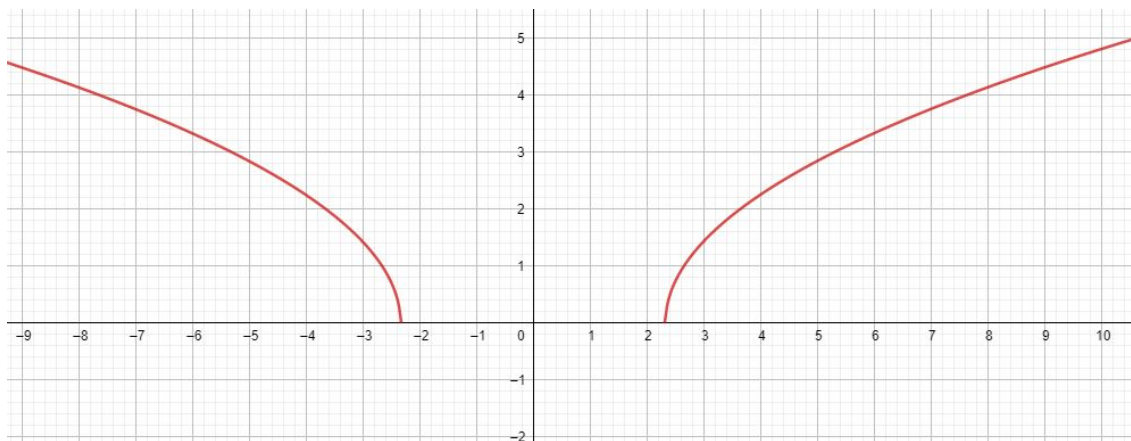
Pour $x < 0$ $3|x| - 7 = -3x - 7$ pour que la racine carrée soit définie il faut $-3x - 7 \geq 0$ donc $x \leq -\frac{7}{3}$.

L'ensemble de définition est $D = \left] -\infty, -\frac{7}{3} \right] \cup \left[\frac{7}{3}, +\infty \right[$.

2. L'ensemble de définition D est symétrique par rapport à l'origine, de plus $\forall x \in D, f(x) = f(-x)$ donc f est paire.

3. On étudie les variations sur $\mathbb{R}^+ \cap D$ seulement (on obtiendra l'autre moitié par symétrie, comme f est paire).

$x \mapsto 3x - 7$ est une fonction affine croissante ($3 > 0$) et la fonction racine carrée ne change pas la monotonie, donc f est croissante sur $\left[\frac{7}{3}, +\infty \right[$ (décroissante sur l'autre intervalle par symétrie).



4.